

ΘΝΙ ΓΘΕΘΟΟΟΝΕΙ ΑΕΝΤΙ Ι Ο

Α' ΕΘΕΑΕΙ Θ

ΑΕΑΑΥΙ ΕΘΙ Α ΟΘΑ Ι ΑΕΟΙ ΑΘΕΑ ΕΑΘΑΘΕΘΙ ΟΟΟ

Ι ΓΙ ΓΑΘΑΘΡΟΙ : ΒΑΘΜΟΣ:

ΕΥΙΑ 1ι

A. Αν $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ με $\alpha_n \neq 0$,
τότε να αποδείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

B. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής. (ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Οι πράξεις μεταξύ δυο συναρτήσεων f και g ορίζονται πάντοτε.

ii) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.

iii) Αν υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων f και g στο x_0 τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}.$$

iv) Αν για τις συναρτήσεις f , g υπάρχουν τα όρια στο x_0 και $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

v) Αν μια συνάρτηση f είναι ορισμένη σε ένα διάστημα της μορφής (α, x_0) , τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l. \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 10)$$

Εύληιά 2i

Έστω οι συναρτήσεις: $f(x) = \frac{x^2 + \alpha}{x-2}$, $g(x) = \frac{7x+5\alpha}{2-x}$.

i) Να δείξετε ότι $\alpha = 2$, αν ισχύει $f + g = h$, όπου

$$h(x) = \frac{x^2 - 7x - 8}{x-2}. \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 6)$$

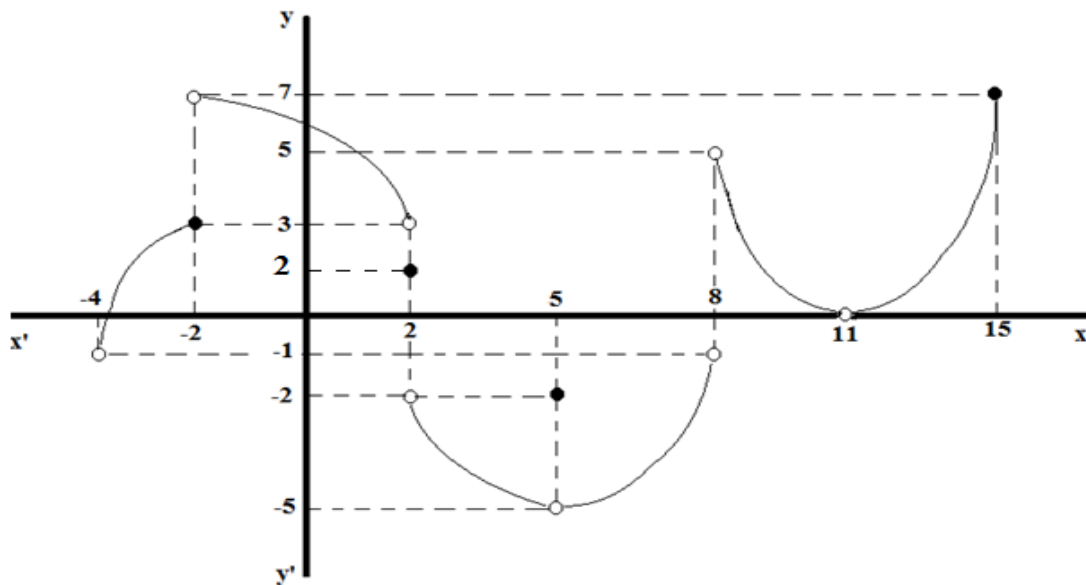
ii) Για $\alpha = 2$ να ορίσετε τις συναρτήσεις $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

iii) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της $f \cdot g$, βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

iv) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

Εύληιά 3i

Δίνεται η παρακάτω γραφική παράσταση της συνάρτησης f



i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f .
(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)

ii) Να υπολογίσετε τα όρια εφόσον υπάρχουν:
 $\alpha) \lim_{x \rightarrow -4} f(x)$, $\beta) \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, $\gamma) \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 15} f(x)$
δικαιολογώντας την απάντησή σας. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

iii) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) [f(x) + 6] < -5$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - f(f(5) + 4)}{x^3 - 1}$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

ΕΥΐά 4i

Έστω οι συναρτήσεις f , g ορισμένες στο σύνολο των θετικών πραγματικών για τις οποίες ισχύει:

$$\alpha) f(x) = \begin{cases} 2(2\alpha + \beta) g(x) & , 0 < x < 1 \\ \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^3 u + \frac{3}{2} u^2}{\sqrt{u^2 + 1} - 1} + 2 + (\alpha^2 + \beta^2)x & , x > 1 \end{cases}$$

και

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 3x^2 + 2}{x - 1} = -5.$$

Να δείξετε ότι:

$$\text{i) } \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^3 u + \frac{3}{2} u^2}{\sqrt{u^2 + 1} - 1} = 3. \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 6)$$

$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1. \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 4)$$

$$\text{iii) } \alpha = 2 \text{ και } \beta = 1, \text{ αν γνωρίζετε ότι υπάρχει το όριο } \lim_{x \rightarrow 1} f(x). \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 9)$$

$$\text{iv) } g(x) = \ln x + 1, \text{ αν γνωρίζετε ότι } g\left(\frac{x}{e}\right) \leq \ln x \leq g(x) - 1 \quad (\text{ΜΟΝΑΔΕΣ } 6)$$

για κάθε θετικό αριθμό x .

ΑΔΕΙΤ ΑΕΑΕΑ: ΕΑΝΑΕΑΤ ÇÓ Ì ΑΘΟΟΑΑΟ
ΕΕΑΤ Ì Ο ΑΕΑΤ ÇÓ
ΟΙ ΘΝΙ ΟΙ ΟΙ ΟΟ ΑΑΑΑΕÇÓ
Ì ΑΕÇÌ ΑΘΕÌ È